b) Determina la primitiva $F(x)$ di $f(x)$ [illegible]
c) Rappresenta il grafico di $f(x)$.
d) Utilizzando il grafico di $f(x)$, rappresenta nello stesso piano cartesiano il grafico della sua derivata $f'(x)$ e quello della sua primitiva $F(x)$.
$\left[\text{b) } F(x) = 2e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x} - 1) + 2\right]$

28 a) Determina la funzione $y = f(x)$, sapendo che $y'' = 2e^x \cos x$ e che il suo grafico ha come tangente nell'origine la bisettrice del I e III quadrante.
b) Verifica che la funzione $f(x)$ ammette massimo per $x = \frac{3}{4}\pi$.
c) Stabilisci se il punto $A(3; 0)$ appartiene al grafico di $f(x)$.
[a) $y = e^x$ sen x; c) no]

29 a) Rappresenta graficamente in $[0; 2\pi]$ la funzione $y = f(x)$ che ammette nell'origine la retta tangente $y = -2x$, sapendo che $y'' = \text{sen}\,\frac{x}{2}$.
b) Deduci dal grafico di $f(x)$ quello delle funzioni $y = |f(x)|$ e $y = -f(x)$.
$\left[\text{a) } y = -4\,\text{sen}\,\frac{x}{2}\right]$

30 a) La funzione $f(x)$ ammette un minimo nel punto x_0 tale che $f(x_0) = -1$. Individua e rappresenta graficamente la curva di equazione $y = f(x)$, sapendo che la sua derivata prima è $y' = \frac{\text{sen}\,2x}{4}$.
b) Rappresenta graficamente la derivata prima $f'(x)$.
$\left[\text{a) } y = \frac{1}{4}\text{sen}^2 x - 1\right]$

31 a) Studia la funzione $f(x) = 2\cos x + \cos^3 x$ nell'intervallo $[0; 2\pi]$ e rappresentala graficamente.
b) Determina i valori dei parametri reali a e b affinché $F(x) = (a + b)\,\text{sen}\,x - 3a\,\text{sen}^3 x$ sia una primitiva di $f(x)$.
$\left[\text{b) } a = \frac{1}{9}, b = \frac{26}{9}\right]$

Es

$$\int \frac{\sin 2x}{4}\,dx = \frac{1}{4}\int \sin 2x\,dx = -\frac{1}{4}\,\frac{\cos 2x}{2} + c =$$

$$= -\frac{\cos 2x}{8} + c$$

$$y = -\frac{\cos 2x}{8} + c$$

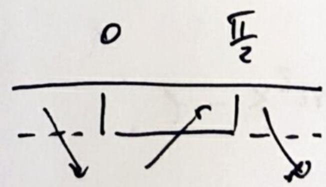
Se x_0 è pto di minimo $f'(x_0) = 0$ e

$f''(x_0) > 0$

$$y' = \frac{\sin 2x}{4}$$

$$\frac{\sin 2x}{4} \geq 0 \Rightarrow \sin 2x \geq 0 \Rightarrow 0 \leq 2x \leq \pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$



$x_0 = 0$ è pto di min

$f(x_0) = -1 \Rightarrow f(0) = -1 \Rightarrow -\frac{\cos(2 \cdot 0)}{8} + c = -1 \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{1}{8} + c = -1 \Rightarrow c = -1 + \frac{1}{8} = -\frac{7}{8}$

$y = -\frac{\cos 2x}{8} - \frac{7}{8}$

$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2} \Rightarrow 2\sin^2 x = 1 - \cos 2x \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

$y = -\frac{(1-2\sin^2 x)}{8} - \frac{7}{8}$

$y = -\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\sin^2 x - \frac{7}{8}$

$y = \frac{1}{4}\sin^2 x - 1$

Es

$f(x) = 2\cos x + \cos^3 x$

- $D = \mathbb{R}$
- La f.ne è pari
- Intersezioni con gli assi:

$\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 0 \\ 2\cos x + \cos^3 x = 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos x (2 + \cos^2 x) = 0$

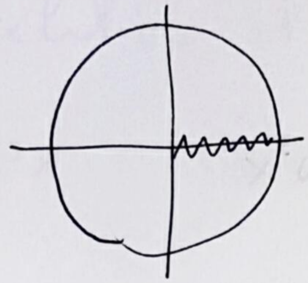
$\rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $x_2 = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$

$2 + \cos^2 x = 0$ Mai (Entrambi positivi)

- Studio del segno

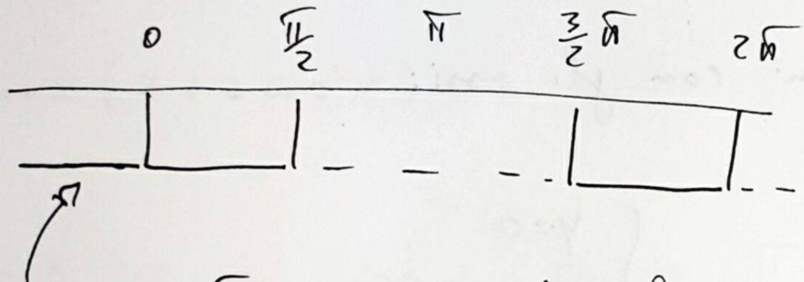
$\cos x (2 + \cos^2 x) \geq 0$

$\cos x \geq 0$



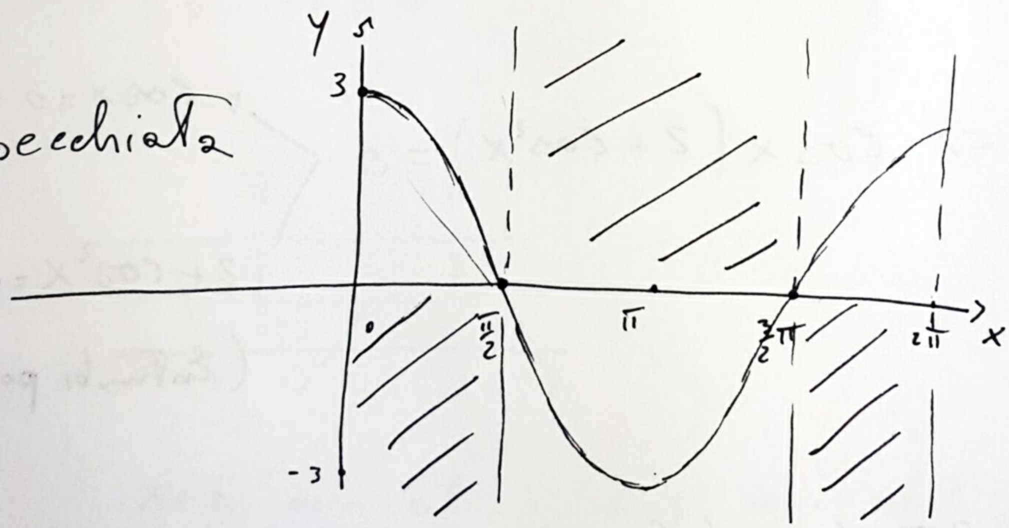
$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \ \cup \ \frac{3}{2}\pi \leq x \leq 2\pi$

$2 + \cos^2 x \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$



Non ci interessa perché f è pari

Specchiata



• La funz non presenta asintoti (è continua e periodica)

· Derivata I e relativo studio

$$f(x) = 2\cos x + \cos^3 x$$

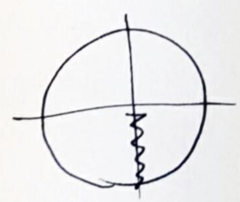
$$f'(x) = -2\sin x - 3\cos^2 x \sin x$$

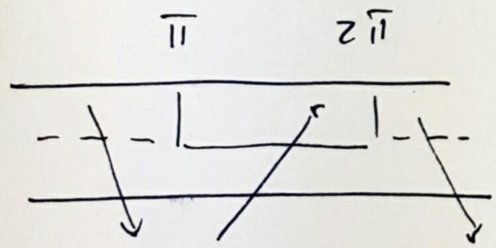
$$f'(x) \geq 0$$

$$-\sin x\,(2 + 3\cos^2 x) \geq 0$$

$$-\sin x \geq 0 \Rightarrow \sin x \leq 0 \Rightarrow \pi \leq x \leq 2\pi$$

$$2 + 3\cos^2 x \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$





$x = \pi$ min rel $\qquad x = 2\pi$ max relat

$$f(\pi) = -2 - 1 = -3 \qquad f(2\pi) = 2 + 1 = 3$$

Risolviamo

$$\int (2\cos x + \cos^3 x)\, dx$$

$$2\int \cos x \, dx + \int \cos^3 x \, dx$$

$$2 \sin x + \int \cos x (\cos^2 x)\, dx$$

$$2 \sin x + \int \cos x (1 - \sin^2(x))\, dx$$

$$2 \sin x + \int \cos x - \sin^2 x \cos x \, dx$$

$$2 \sin x + \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c$$

$$3 \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + c$$

$$3\sin x - \frac{1}{3}\sin^3 x = (a+b)\sin x - 3a\sin^3 x$$

$$\begin{cases} a+b=3 \Rightarrow b = 3-a = 3-\frac{1}{9} = \frac{26}{9} \\ -\frac{1}{3} = -3a \Rightarrow a = \frac{1}{9} \end{cases}$$